**dsets - solutie**

Lector dr. Mugurel-Ionuţ Andreica – Universitatea Politehnica din Bucureşti

Să considerăm că fiecărui punct (x,y) îi ataşam un nou punct, (x+y,x-y) (practic, considerăm sistemul de coordonate al diagonalelor). Distanţa Manhattan maximă dintre 2 puncte ale unei submulţimi de puncte este egală cu diferenţa dintre valoarea maximă şi cea minimă a valorilor (x+y) sau (x-y) (se consideră maximul dintre ele).

Pentru a rezolva problema este necesar calculul a 6 valori CNT(A,B) (A=D, D-1 sau D-2 si B=0,1).

CNT(A,B) = numarul de submulţimi în care o pereche de diagonale (fixate - să le numim diagonalele principale) este la "distantă" D şi cealaltă pereche de diagonale (să le numim secundare) este la "distantă" mai mică sau egală cu A, iar paritatea primei diagonale secundare este egala (B=0) sau diferita (B=1) de paritatea primei diagonale principale. Această paritate este importantă: de ex., dacă au aceeaşi paritate, atunci cele 2 diagonale menţionate au un punct în comun, altfel nu.

Pentru a calcula CNT(A,B) avem nevoie să ştim câte puncte se află pe fiecare dintre cele 2 diagonale principale (fie aceste numere u şi v) şi câte puncte se află în rest (între cele 2 perechi de diagonale şi pe diagonalele secundare, dar nu şi pe diagonalele principale) - fie acest numar w. CNT(A,B) este egal cu (2^u - 1) \* (2^v - 1) \* 2^w (primii doi factori asigură faptul că avem cel puţin un punct selectat pe fiecare din cele 2 diagonale principale).

Pentru a calcula CNT(A,B) trebuie să considerăm 4 cazuri, ce depind de paritatea lui D şi valoarea B (calculul valorilor u, v şi w se realizează în timp O(1) în fiecare din cazuri).

Pentru a rezolva problema vom calcula cele 6 valori menţionate CNT(D,0), CNT(D,1), CNT(D-1,0), CNT(D-1,1), CNT(D-2,0) si CNT(D-2,1), fiecare în timp logaritmic (este necesară ridicarea la putere în timp logaritmic : u şi v sunt numere de ordinul lui D, iar w este de ordinul D^2).

Din CNT(D,0), unele submulţimi au ambele perechi de diagonale la distanţă D, iar altele au diagonalele secundare la distanţă mai mică decât D. Submulţimile cu diagonale secundare la distanţă mai mică decât D trebuie numarate de 2 ori (deoarece putem alege diagonalele principale în 2 moduri), iar cele în care atât diagonalele principale cât şi cele secundare sunt la distanţă D trebuie numărate o singură dată.

Pentru a determina câte submulţimi au ambele perechi de diagonale la distanţă egala cu D se foloseşte principiul includerii şi excluderii (sunt necesare doar valorile corespunzatoare pentru CNT(D-1,\*) şi CNT(D-2,\*)).

Se procedează în mod similar cu CNT(D,1), având grijă să nu numărăm de mai multe ori aceeaşi submultime.